مجلس الخدمة المدنية

اللجنة الفاحصة

مباراة لبعض الوظائف الشاغرة في ملاك المديرية العامة للاستثمار في وزارة الطاقة والمياه.

لوظيفة إحصائي

مسابقة في الرياضيات Algèbre linéaire et Analyse المدة: ساعتان

Problème I **(Pour chacune des 4 questions suivantes)**

Choisir la réponse correcte en justifiant

1. f est définie sur R par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
   a) L'axe des abscisses est asymptote à la courbe de f en $+\infty$.
   b) La courbe de f admet l'origine O(0,0) comme centre de symétrie.
   c) f est dérivable sur R et sa dérivée est $\frac{2x}{(1+x^2)^2}$

2. a) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \lim_{x\to 3} \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$;
   b) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-3} = 0$
   c) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \lim_{x\to 3} \frac{1}{x} = \frac{1}{3}$

3. $\int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2}\, dx$
   a) convergente b) divergente c) on ne peut pas savoir

4. Soit $a_n = \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ est
   a) e^2 b) $2e$ c) 2

Problème II

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calculer BA – 2C
b) Déterminer C^{-1}

Problème III

$$Soit\ f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -1 \\ 1 & -1 < x < 0 \\ 3 & x = 0 \\ x+1 & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

a) Tracer la courbe représentative de f.
b) Etudier et interpréter la continuité au point x = -1, x = 0 et x = 1.

Problème IV

$$\text{Soit } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Calculer A^2.
b) En déduire la valeur de A^{10}.

Problème V

a) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - 2zi - 2 = 0$
b) On considère la transformation ponctuelle *T* qui, au point m(z), fait correspondre le point *M*(Z) définie par $Z = (1 + i)z - 1 + i$. Donner la nature de *T* et préciser ses éléments.

Problème VI

Calculer les valeurs propres ainsi que les vecteurs propres de la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$$

2011/08/10 اللجنة الفاحصة

مجلس الخدمة المدنية

اللجنة الفاحصة

مباراة لبعض الوظائف الشاغرة في ملاك المديرية العامة للاستثمار في وزارة الطاقة والمياه.

لوظيفة إحصائي

مسابقة في الرياضيات Algèbre linéaire et Analyse المدة: ساعتان

Problem I (For each of these 4 questions)
which of the following statements is true? Say why

1. f is defined on R such as $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
   a) The x-axis is an asymptote of the curve of f at $+\infty$.
   b) is symmetric about the origin O(0;0)
   c) the derivative of f is $\frac{2x}{(1+x^2)^2}$

2. a) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \lim_{x\to 3} \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$;
   b) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-3} = 0$
   c) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \lim_{x\to 3} \frac{1}{x} = \frac{1}{3}$

3. $\int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2}\, dx$
   a) converges b) diverges c) we cannot know

4. Given $a_n = \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$, the $\lim_{n\to\infty} a_n$ is
   a) e^2 b) $2e$ c) 2

Problem II

Given $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

a) Find BA – 2C
b) Find C^{-1}

Problem III

$$\text{Given } f(x) = \begin{cases} x^2 & x \le -1 \\ 1 & -1 < x < 0 \\ 3 & x = 0 \\ x+1 & 0 < x < 1 \\ 1 & x \ge 1 \end{cases}$$

a) Sketch the graph of f(x).
b) Study the continuity at x = -1, x = 0 and x = 1.

Problem IV

Given the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

a) Calculate A^2.
b) Deduce the value of A^{10}.

Problem V

a) Solve, in $\mathbb{C}$, the equation $z^2 - 2zi - 2 = 0$
b) we consider the punctual transformation T such that for point m(z), corresponds the point $M(Z)$ defined by $Z = (1 + i)z - 1 + i$. Find the nature of T and its elements.

Problem VI

Find the eigenvalues as well as the eigenvectors of the following matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$$

2011/08/10 اللجنة الفاحصة