

مجلس الخدمة المدنية

اللجنة الفاحصة

مباراة للتعيين في بعض المراكز الشاغرة وللتعاقد على بعض المهام لدى وزارة السياحة
لوظيفة إحصائي

المدة ساعتان

مسابقة في الإحصاء والاحتمالات

I – A publication on the number of visitors of a historic monument yields the distribution of visitors, according to age and gender, as follows:

Age	Number of Males	Number of Females	Both gender
0 – 9	420	240	660
10 – 14	875	684	1559
15 – 19	915	472	1387
20 – 24	1329	1145	2474
25 – 29	940	1064	2004
30 – 39	1594	1470	3064
40 – 80	1427	725	2152
Total	7500	5800	13300

- 1) What populations are described in this table? What variables are analyzed and what are their types?
- 2) Represent graphically the distribution of visitors by gender in order to compare them. Comment.
- 3) Compute the mode, the median, the mean, and the standard deviation for each one of the following two distributions:
 - Distribution of Males
 - Distribution of FemalesDiscuss your results.
- 4) Deduce the average age of a visitor of whatever gender.

II – A journal has published on two different pages, Medicine and Tourism the following information: T = the year, X = the number of travelers (in thousands), and Y = the number of persons that had developed a heart attack.

T	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
X	18.57	19.52	20.34	19.83	21.47	16.77	22.12	23.11
Y	49	58	76	125	140	95	201	254

- 1) Represent these two time series on a same graph with Time located on abscissa. Compare the evolution of these two variables.
- 2) Compute the linear correlation coefficient between the two variables X and Y.
- 3) Comment the results. Could we deduce that travelling causes heart attack? Or people having developed heart attack go on trip? Or, there is a third interpretation? Justify your answer.

Turn over

Remark: following sums are given:

$$\sum X_i = 161.73 ; \quad \sum Y_i = 998 ; \quad \sum X_i^2 = 3298.3801 ;$$

$$\sum Y_i^2 = 160708 ; \quad \sum X_i Y_i = 20981.69$$

III) - Let X and Y be two independent real random variables following two Poisson distributions that are denoted respectively by $P(m_1)$ and $P(m_2)$. Let $Z = X + Y$:

1) Determine the Generating Function g.f. of the r.v. Z . Deduce the distribution of Z .

2) Find the conditional distribution of $X/Z = n$

IV) - Let a and b be two positive integers. Let also X be a discrete random variable

varying in $X(\Omega) = \{1, 2, \dots, ab\}$ such that $\forall x \in X(\Omega), P[X = x] = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

a) What conditions a and b should verify?

b) Determine the cumulative distribution function F of X . Compute u such that $F(u) = 1/2$.

c) Determine $E(X)$. Find the values of a and b such that $E(X) = 7/2$.

V) - Let X and Y be two independent r.v. having the same uniform distribution $U(0,1)$ such that :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad \text{and} \quad g(y) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}.$$

$$\text{Let } Z \text{ be a r.r.v. defined by: } Z = \begin{cases} X - Y & \text{if } X > Y \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

1- Compute the distribution of Z .

2- Compute $E(Z)$ and $V(Z)$.

2010/11/06

اللجنة الفاحصة

مجلس الخدمة المدنية

اللجنة الفاحصة

مباراة للتعيين في بعض المراكز الشاغرة وللتعاقد على بعض المهام لدى وزارة السياحة
لوظيفة إحصائي

مسابقة في الإحصاء والاحتمالات

المدة ساعتان

I - Une publication sur le nombre de visiteurs d'un monument historique a donné la répartition suivante de ces visiteurs selon l'âge et le sexe :

Age	Nombre des masculins	Nombre des Féminins	Ensemble
0 - 9	420	240	660
10 - 14	875	684	1559
15 - 19	915	472	1387
20 - 24	1329	1145	2474
25 - 29	940	1064	2004
30 - 39	1594	1470	3064
40 - 80	1427	725	2152
Total	7500	5800	13300

- 1) Quelles sont les populations décrites dans ce tableau ? Quels sont les caractères analysés, et leur nature ?
- 2) Représenter graphiquement les distributions des visiteurs par sexe afin de les comparer. Commenter.
- 3) Calculer le mode, la médiane, la moyenne et l'écart-type de chacune des deux distributions:
 - La distribution des Masculins
 - La distribution des FémininsDiscuter vos résultats.
- 4) En déduire l'âge moyen d'un visiteur de sexe quelconque.

II - Un journal a publié sur deux pages différentes, Médecine et Tourisme, les informations suivantes : T = l'année, X = le nombre de voyageurs (en milliers) et Y = le nombre de personnes ayant souffert d'une crise cardiaque.

T	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
X	18.57	19.52	20.34	19.83	21.47	16.77	22.12	23.11
Y	49	58	76	125	140	95	201	254

- 1) Représenter ces deux séries chronologiques sur un même graphique, en plaçant le temps en abscisse. Comparer l'évolution de ces deux variables.
- 2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les deux variables X et Y.
- 3) Commenter les résultats. Peut-on en déduire que le départ en voyage provoque une crise cardiaque ? Ou que les gens qui ont souffert d'une crise cardiaque partent en vacances ? Ou il existe une troisième interprétation ? Justifier votre réponse.

T.S.V.P

Remarque : On donne les sommes suivantes :

$$\sum X_i = 161.73 ; \quad \sum Y_i = 998 ; \quad \sum X_i^2 = 3298.3801 ;$$

$$\sum Y_i^2 = 160708 ; \quad \sum X_i Y_i = 20981.69$$

III) - Soient X et Y deux v.a.r. indépendantes de lois de Poisson respectives $P(m_1)$ et $P(m_2)$. Et soit $Z = X + Y$:

1) Déterminer la fonction génératrice f.g. de la v.a. Z . En déduire la loi de Z

2) Trouver la loi conditionnelle de $X/Z = n$

IV) - Soient a et b deux entiers positifs. Soit aussi X une v.a.r. discrète à valeurs dans

$X(\Omega) = \{1, 2, \dots, ab\}$ et telle que $\forall x \in X(\Omega), P[X = x] = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

a) Quelles conditions doivent vérifier a et b ?

b) Déterminer la fonction de répartition F de X . Calculer u tel que $F(u) = 1/2$.

c) Déterminer $E(X)$. Trouver les valeurs de a et b telles que $E(X) = 7/2$.

V) - Soient X et Y deux v.a.r. indépendantes et de même loi Uniforme $U(0,1)$ telles que :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{et} \quad g(y) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}.$$

$$\text{Soit } Z \text{ une v.a.r. définie par : } Z = \begin{cases} X - Y & \text{Si } X > Y \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

1- Calculer la loi de Z .

2- Calculer $E(Z)$ et $V(Z)$.

2010/11/06

اللجنة الفاحصة