

مباراة للتعيين في بعض الوظائف الشاغرة وللتعاقد على بعض المهام في وزارة الزراعة
لوظيفة باحث إقتصادي

المدة: ساعتان

مسابقة في الاقتصاد الكمي

Les parties de ce problème sont indépendantes

Un démographe désire expliquer par régression, l'espérance de vie à la naissance (1992). A cet effet, il dispose des données démographiques relatives à $n=10$ pays, détaillées comme suit :

	Y	X ₁	X ₂
Pays	Esperance de vie à la naissance	Nombre de personnes par un poste de télévision	Nombre de personnes par un médecin
1	79	3.8	233
2	71	4.0	370
3	77	1.7	449
4	72	6.6	600
5	70	8.0	643
6	65	8.8	1062
7	71	5.6	1551
8	65	29.0	3096
9	54	315.0	6166
10	53	23.0	12550

Partie I :

Le démographe propose d'expliquer Y par un modèle de régression simple à une seule variable explicative X₁.

- 1) - Appliquer la méthode des moindres carrés pour estimer la droite de régression du modèle suivant : $Y = A X_1 + B + \varepsilon$.
- 2) - Interpréter le modèle estimé obtenu.
- 3) - Calculer le résidu de Y pour la première observation relative au pays 1.
- 4) - Estimer l'espérance de vie à la naissance d'un individu résidant dans un pays ou le nombre de personnes par un poste de télévision $X_1 = 15$.
- 5) - On calcule le coefficient de corrélation linéaire entre Y et X₂ et on trouve une valeur de **(-0.854)**. Etait-il plus intéressant de régresser Y en X₂ plutôt que de régresser Y en X₁ ? Justifier votre réponse.

Partie II :

Le démographe propose d'expliquer Y par un modèle de régression multiple à deux variables explicatives X₁ et X₂ $Y = A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 + \varepsilon$. Il dispose cette fois-ci des mêmes données mais sur $n = 38$ pays.

On note le modèle ajusté par $Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3$.

1) - Le tableau d'analyse de la variance (ANOVA) correspondant au modèle appliqué sur ces données est présenté comme suit :

Source de variation	Valeur	Nombre de degrés de liberté
Régression	991	2
Résiduelle	1261	35
Totale	2252	37

- a)- Calculer R^2 (le coefficient de détermination) et interpréter sa valeur.
b)- Tester la significativité du modèle par le test de Fisher. Interpréter.

2) - L'estimation par moindres carrés mène aux résultats suivants :

Variable	Coefficient	Estimation	Ecart-type correspondant	Valeur de t
X_1	a_1	-0.023	0.010	-2.30
X_2	a_2	-0.0004	0.0002	-2.00
Constante	a_3	70.252	1.088	64.57

- a)- Tester la nullité de chacun de ces trois coefficients au risque de 5%. Donner votre jugement.
b)- On remarque que la valeur de a_2 est trop petite relativement à celle de a_1 . Interpréter ce phénomène.

مباراة للتعيين في بعض الوظائف الشاغرة وللتعاقد على بعض المهام في وزارة الزراعة
لوظيفة باحث اقتصادي

المدة: ساعتان

مسابقة في الاقتصاد الكمي

The Parts of this problem are independent

A demographer desires explaining via regression, the life expectancy (1992). For this purpose, he collects demographic data concerning $n=10$ countries detailed as follows:

	Y	X ₁	X ₂
Country	Life expectancy	Number of people per one TV unit	Number of people per one physician
1	79	3.8	233
2	71	4.0	370
3	77	1.7	449
4	72	6.6	600
5	70	8.0	643
6	65	8.8	1062
7	71	5.6	1551
8	65	29.0	3096
9	54	315.0	6166
10	53	23.0	12550

Part I:

The demographer proposes explaining Y via a simple linear regression model with a single explicative (predictor) variable X₁.

- 1) - Apply the least squares method in order to estimate (fit) the regression line of the following model: $Y = A X_1 + B + \varepsilon$.
- 2) - Interpret the obtained fitted model.
- 3) - Compute the residual of Y relevant to the first observation (country 1).
- 4) - Estimate the life expectancy of an individual residing in a country where the number of people by a TV unit $X_1 = 15$.
- 5) - We compute the linear correlation coefficient between Y and X₂ and we find a value of **(-0.854)**. Was it more interesting to regress Y on X₂ rather than regress Y on X₁? Justify your answer.

Part II :

The demographer proposes explaining Y via a multiple linear regression model with two explicative variables (predictors) X₁ and X₂: $Y = A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 + \varepsilon$. This time, he collects similar data on **n = 38** countries.

We denote the fitted model by $Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3$.

1) – The corresponding analysis of variance table (ANOVA) to the model applied on these data is given as follows:

Source of variation	Value	Degrees of freedom
Regression	991	2
Residual	1261	35
Total	2252	37

a) - Compute R^2 (the coefficient of determination) and interpret its value.

b) - Test the significance of the model via a Fisher test, Interpret.

2) – Estimation by least squares method yields the following results :

Variable	Coefficient	Estimate	Standard error	T value
X_1	a_1	-0.023	0.010	-2.30
X_2	a_2	-0.0004	0.0002	-2.00
Constant	a_3	70.252	1.088	64.57

a) - Test the nullity of each one of these three coefficients at 5% of risk. Give your judgment.

b) - We notice that the value of a_2 is too small relatively to that of a_1 . Interpret this phenomenon.

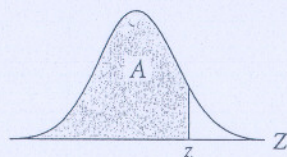
$N(0, 1)$ Table de Gauss

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

La table de Gauss donne les probabilités $\Phi(z)$ pour des valeurs positives de z telles que :

$$P\{Z \leq z\} = \Phi(z) = A$$

Note : $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$



Student's Table
Table de Student t

ν	α					
	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
100	1,290	1,660	1,984	2,365	2,626	3,174
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090

La table de Student donne les valeurs $t_{(\alpha, \nu)}$ telles que :

$$P\{T > t_{(\alpha, \nu)}\} = \alpha$$

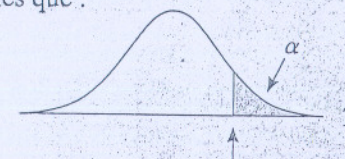


Table de F (Fisher) - Fisher's Table

ν_2	ν_1									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,36	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,96	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83

Table de F (suite)

ν_2	ν_1								
	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

La table de F donne les valeurs $F_{(\alpha, \nu_1, \nu_2)}$ pour $\alpha = 0,05$ telles que :

$$P\{F > F_{(\alpha, \nu_1, \nu_2)}\} = \alpha$$

