

مباراة لملء بعض المراكز الشاغرة
في المديرية العامة للحبوب والشمندر السكري
في وزارة الاقتصاد والتجارة

لوظيفة أمين مستودع

مسابقة في الرياضيات (برنامج الثانوية العامة / فرع علوم الحياة)

المدة : ساعتان

I - Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et la réponse qui lui correspond.

N°	Données	Questions	Réponses			
			a	b	c	d
1	$z = e^{i\frac{\pi}{6}}$	$z^9 =$	9	9i	i	-i
2	$z' = \frac{z-1}{\bar{z}-1}$ ($z \neq 1$)	$ z' =$	$ z $	$2 z $	1	2
3	$z = \sin \frac{\pi}{3} - i \cos \frac{\pi}{3}$	$z =$	$e^{i\frac{\pi}{6}}$	$e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$e^{i\frac{\pi}{3}}$	$e^{-i\frac{\pi}{3}}$
4	$f(x) = \frac{e^x}{x^e}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	1	$+\infty$	0	$\frac{1}{e}$
5	$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + 1) dx$	$I =$	π	0	1	$\frac{\pi}{2}$

II - Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère:

- le plan (P) d'équation $2x + y - 3z - 1 = 0$;
- le plan (Q) d'équation $x + 4y + 2z + 1 = 0$;

- la droite (d) définie par:
$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -t - 1 \\ z = t \end{cases} \quad (t \text{ est un paramètre réel}).$$

- Démontrer que la droite (d) est incluse dans le plan (P) .
- Ecrire une équation du plan (S) déterminé par le point O et la droite (d).
- Soit le point $E \left(0; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right)$.

montrer que E est le projeté orthogonal du point O sur la droite (d).

- a- Montrer que les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires.
b- Soit (D) la droite d'intersection des plans (P) et (Q) .
Calculer la distance de E à (D).

III- Pour encourager le tourisme intérieur, une agence de tourisme propose à ses clients des week-ends de 2 jours avec trois options :

- Pension complète
- Demi-pension
- Pension de luxe.

L'agence publie l'annonce publicitaire suivante :

Option \ Destination	Pension complète	Demi-pension	Pension de luxe
Montagne	150 000 LL	100 000 LL	200 000 LL
Plage	100 000 LL	75 000 LL	150 000 LL

Cette agence estime que 65% de ses clients choisissent la montagne, et le reste la plage et que parmi les clients de chaque destination, 55% choisissent la pension complète, 30% choisissent la demi-pension, et le reste la pension de luxe.

On interroge au hasard un client.

Soit les événements suivants :

- A : « le client interrogé a choisi la montagne ».
- B : « le client interrogé a choisi la plage ».
- C : « le client interrogé a choisi la pension complète ».
- D : « le client interrogé a choisi la demi-pension ».
- S : « le client interrogé a choisi la pension de luxe ».

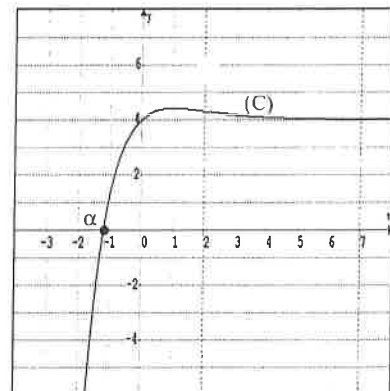
- 1) a- Calculer les probabilités suivantes : $P(A \cap C)$, $P(B \cap C)$ et $P(C)$.
 b- Le client interrogé a choisi la pension complète, quelle est la probabilité qu'il ait choisi la plage?
- 2) Soit X la variable aléatoire égale à la somme payée à l'agence par un client.
 - a- Montrer que $P(X=150\,000) = 0,41$ et déterminer la loi de probabilité de X.
 - b- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$. Que représente le nombre ainsi trouvé?
 - c- Estimer la somme reçue par l'agence lorsqu'elle sert 200 clients.

IV-

A- On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = 4 + x e^{-x}$

et dont la courbe représentative (C), dans un repère orthonormé est donnée par la figure ci-contre.

(C) coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse α .



1) Utiliser (C) pour déterminer le signe de f(x).

2) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_0^2 x e^{-x} dx$,

puis calculer l'aire du domaine limité par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe (C) et la droite d'équation $x = 2$.

B- Dans ce qui suit, on prend $\alpha = -1,2$.

On considère la fonction g , définie sur \mathbb{R} , par $g(x) = 4x - 3 - (x + 1)e^{-x}$ et on désigne par

(G) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Vérifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ et déterminer $g(-2,5)$ à 10^{-2} près.

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et vérifier que la droite (D) d'équation $y = 4x - 3$ est une asymptote à (G).

3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de (G) avec son asymptote (D) et étudier la position relative de (G) et (D).

4) a- Montrer que $g'(x) = f(x)$.

b- Dresser le tableau de variations de g .

5) Tracer (D) et (G).

بيروت ، في ٢٠١١/٢/٢

اللجنة الفاحصة

مباراة لملء بعض المراكز الشاغرة
في المديرية العامة للحبوب والشمندر السكري
في وزارة الاقتصاد والتجارة

لوظيفة أمين مستودع

المدة : ساعتان

مسابقة في الرياضيات (برنامج الثانوية العامة / فرع علوم الحياة)

I-In the following table, only one among the answers proposed to each question is correct. Write down the number of each question and give, **with justification**, the answer that corresponds to it.

N°	Given	Questions	Answers			
			a	b	c	d
1	$z = e^{i\frac{\pi}{6}}$	$z^9 =$	9	9i	i	-i
2	$z' = \frac{z-1}{\bar{z}-1}$ (z ≠ 1)	$ z' =$	z	2 z	1	2
3	$z = \sin \frac{\pi}{3} - i \cos \frac{\pi}{3}$	$z =$	$e^{i\frac{\pi}{6}}$	$e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$e^{i\frac{\pi}{3}}$	$e^{-i\frac{\pi}{3}}$
4	$f(x) = \frac{e^x}{x^e}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	1	$+\infty$	0	$\frac{1}{e}$
5	$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + 1) dx$	$I =$	π	0	1	$\frac{\pi}{2}$

II-In the space referred to an orthogonal system $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, we consider

- The plan (P) of equation $2x + y - 3z - 1 = 0$;
- The plan (Q) of equation $x + 4y + 2z + 1 = 0$;
- The straight line (d) defined by
$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -t - 1 \\ z = t \end{cases} \quad (t \text{ is a real parameter}).$$

- 1) Prove that The straight line (d) is included in the plane (P) .
- 2) Give an equation of plane (S) determine by the point O and the straight line (d).
- 3) Let the point $E \left(0 ; -\frac{1}{2} ; -\frac{1}{2} \right)$.

Prove that E is the orthogonal projection of point O on the straight line (d).

- 4) a- Prove that the planes (P) and (Q) are perpendicular.
- b- Let (D) the intersection of planes (P) and (Q) . Calculate the distance of E to (D).

III- To encourage national tourism, a tourist agency proposes week- ends of two days, and offers its customers three choices:

- Full-board week-end
- Half-board week-end
- Luxury week-end.

The agency published the following advertisement:

Choice \ Destination	Full-board	Half-board	Luxury
Mountain	150 000 LL	100 000 LL	200 000 LL
Beach	100 000 LL	75 000 LL	150 000 LL

This agency estimates that 65% of its customers choose mountains, and the others choose the beach, and that out of the customers to any destination 55% choose full-board and 30% choose half-board while the others choose luxury week-ends .

A customer is chosen at random and is interviewed.

Consider the following events:

- A : « the interviewed customer has chosen the mountains».
- B : « the interviewed customer has chosen the beach ».
- C : « the interviewed customer has chosen full-board weekend ».
- D : « the interviewed customer has chosen half-board weekend ».
- S : « the interviewed customer has chosen the luxury week-end ».

- 1) a - Calculate the following probabilities: $P(A \cap C)$, $P(B \cap C)$ and $P(C)$.
 b - The interviewed customer had chosen full-board, what is the probability that he chose the beach?
- 2) Let X be the random variable that is equal to the amount paid to the agency by a customer .
 a - Show that $P(X=150000) = 0.41$ and determine the probability distribution for X.
 b - Calculate the mean(expected value) $E(X)$. What does the number thus obtained represent?
 c - Estimate the sum received by this agency when it serves 200 customers.

IV- A-Consider the function f defined on IR by $f(x) = 4 + x e^{-x}$

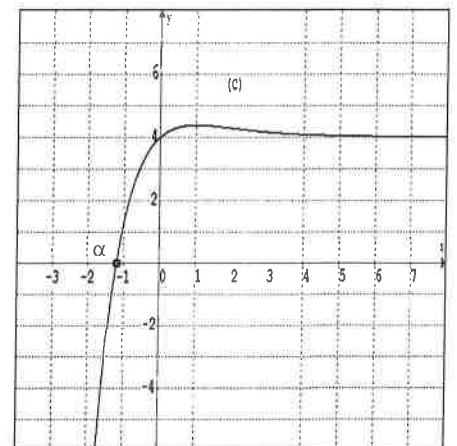
whose representative curve (C) is shown in the adjacent figure.

(C) cuts the axis of abscissas in one point of abscissa α .

1) Use (C) to study the sign of f(x).

2) Use integration by parts to calculate $\int_0^2 x e^{-x} dx$, then calculate the

area of the region bounded by the axis of ordinates, the axis of abscissas, the curve (C) and the straight line with equation $x = 2$.



B- In all what follows, let $\alpha = -1.2$.

Consider the function g defined on \mathbb{R} , by $g(x) = 4x - 3 - (x + 1)e^{-x}$ and designate by (G) its representative curve in an orthonormal system $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Verify that $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ and determine $g(-2.5)$ to the nearest 10^{-2} .
- 2) Calculate $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ and verify that the straight line (D) with equation $y = 4x - 3$ is an asymptote of (G) .
- 3) Determine the coordinates of A , the point of intersection of (G) with its asymptote (D) , and study the position of (G) with respect to (D) .
- 4) a- Verify that $g'(x) = f(x)$.
b- Set up the table of variations of g .
- 5) Draw (D) and (G) .

بيروت، في ٢٠١١/٢/٢

اللجنة الفاحصة